**引文格式:**王祥,张永军,黄山,等.旋转多基线摄影光束法平差法方程矩阵带宽优化[J].测绘学报,2016,45(2):170-177. DOI:10.11947/ j.AGCS.2016.20150282.

WANG Xiang,ZHANG Yongjun, HUANG Shan, et al.Bandwidth Optimization of Normal Equation Matrix in Bundle Block Adjustment in Multi-baseline Rotational Photography[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2016, 45(2):170-177. DOI: 10.11947/j.AGCS.2016.20150282.

# 旋转多基线摄影光束法平差法方程矩阵带宽优化

王 祥,张永军,黄 山,谢勋伟

武汉大学遥感信息工程学院,湖北 武汉 430079

# Bandwidth Optimization of Normal Equation Matrix in Bundle Block Adjustment in Multi-baseline Rotational Photography

## WANG Xiang, ZHANG Yongjun, HUANG Shan, XIE Xunwei

School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract: A new bandwidth optimization method of normal equation matrix in bundle block adjustment in multi-baseline rotational close range photography by image index re-sorting is proposed. The equivalent exposure station of each image is calculated by its object space coverage and the relationship with other adjacent images. Then, according to the coordinate relations between equivalent exposure stations, new logical indices of all images are computed, based on which, the optimized bandwidth value can be obtained. Experimental results show that the bandwidth determined by our proposed method is significantly better than its original value, thus the operational efficiency, as well as the memory consumption of multi-baseline rotational close range photography in real-data applications, is optimized to a certain extent.

Key words: multi-baseline rotational close range photography; bundle block adjustment; equivalent exposure station; image sorting; bandwidth

Foundation support: The National Natural Science Foundation of China (Nos. 41322010; 41571434)

摘 要:提出了一种对近景旋转多基线摄影影像进行重新排序编号从而优化光束法区域网平差法方程 系数矩阵带宽的方法。首先,根据影像间的相互联系及其地面覆盖范围,计算每张影像的等效摄站位 置;然后根据等效摄站间的坐标关系对其进行重新排序编号,得到各影像的逻辑顺序;最后借助影像的 逻辑顺序求解平差法方程系数矩阵实际带宽值。试验结果表明,通过上述方法求出的带宽相对于按照 影像原始摄影编号计算出的带宽值有很大改进,一定程度上提升了近景旋转多基线摄影实际应用中计 算机的运算效率,减少了平差运算对计算机内存的消耗。

关键词:近景旋转多基线摄影;光束法区域网平差;等效摄站;影像排序;带宽

**中图分类号:**P232 文献标识码:A 文章编号:1001-1595(2016)02-0170-08

基金项目:国家自然科学基金(41322010;41571434)

传统摄影测量中,摄影交会角大小的选择和 影像匹配处于一个相互矛盾的局面。在一定范围 内,交会角越大,深度量测精度越高,而越大的交 会角会带来更大的影像变形和地物遮挡,给影像 匹配造成困难,导致匹配正确率和可靠性降低,甚 至是匹配失败。针对上述问题,[文献 1]提出了 一种新的理论方法,即近景旋转多基线摄影技术。 近景旋转多基线摄影,又称为旋转相机摄影, 按图 1 所示的方式获取数据,每个摄站上相机绕 水平轴和垂直轴旋转,每旋转一个角度拍摄一张 影像(同一摄站的影像分布矩阵见图 2,该摄站共 拍摄了 20 张影像)。每个摄站上相机旋转的角度 需保证相邻影像间具有足够的重叠度,并且多个 摄站拍摄的相同编号的影像应尽量对应目标的同 一区域,从而有利于不同摄站间匹配影像对的 搜索。



Fig.1 Multi-baseline rotational photography





多基线摄影中,相邻的影像基线短,交会角 小,首尾影像基线长,交会角大,如此结合就能较 好地解决影像匹配和交会二者精度相互影响的问 题<sup>[2-3]</sup>,借之能得到更高精度的物方点坐标信息, 可以更好地应用到目标三维重建等研究生产当 中<sup>[4]</sup>;与借助多拼相机(如 TOPDC-4 相机,由4 个 指向不同方向的相机拼装组合而成)获取大范围 地面覆盖度的拼接影像类似<sup>[5]</sup>,通过相机旋转,也 可以达到增大摄站摄影视场角,提高摄站影像地 面覆盖范围的目的,借之可改善近景摄影测量中 因非量测相机像幅小而产生的影响<sup>[6]</sup>。基于以上 种种优点,旋转相机摄影技术已经在许多工程项 目中崭露头角,如在三峡工程尾水边坡项目、部分 地区水电站建设中都有所应用,并帮助解决了许 多实际问题<sup>[7-8]</sup>。

在区域网空中三角测量平差解算中,对于不同的构网形式,其法方程结构具有相同之处。如图3所示,改化法方程系数矩阵作为对称带状稀疏矩阵,其带宽定义为矩阵主对角线到任一行最远处的非零元素间所包含的未知数个数<sup>[9]</sup>。同时,方程运算所占用的计算机存储量与带宽值大小关系密切,带宽越小,解方程的计算量和所需的

计算机内存就越小<sup>[10]</sup>。由于影像编号顺序是决 定带宽大小的因素之一,因而在影像数量及其他 条件一定的情况下,对影像进行合适的编号,组成 最小带宽的改化方程系数矩阵是空中三角测量解 算中节省计算机存储量,提升平差计算速度的重 要途径。







在计算机和数学等专业领域,一些学者就减 小稀疏矩阵运算带宽这一问题进行了研究,其中 包含的一个概念就是通过互换矩阵中间隔排列的 任何两个节点,来达到带宽值缩减的目的<sup>[11-12]</sup>。

文献「13】从无向图的角度出发,提出了一种 根据节点间的相连情况构造图的分层,然后按照 节点在分层中出现的顺序对之进行编号的方法 (CM 方法),该方法有助于矩阵带宽的缩减。文 献[14]指出了 CM 方法的不足, CM 方法带宽优 化的结果很大程度上依赖于根节点的选择,稳定 性不好,对于许多特殊的图形也很难有较好的处 理效果。文献[15]针对 CM 方法的不足,提出了 新的算法,对图的分层结构中的节点进行重分布, 要求各层节点数尽量相同,如此能进一步减小矩 阵带宽,也能适应更多的网格系统。此外,文献 [16]提出了通过计算节点商来进行编号的 AD 算 法,该方法实现起来更为方便,但是在网格加密时 对节点编号优化速度较慢。文献[17]从最典型的 最佳二维网格节点编号的特性及规律出发,对原 有的 AD 法进行改进,提出了一种新的编号方法, 在数据适用性以及优化速度上都有所提升。

在航空摄影测量生产中面临大型稀疏矩阵的 计算问题时,通常采用的是最典型、最简单的二维 网格节点编号的方法来缩减带宽。如图4所示, 航带规则分布的情况下,可以在垂直于航带方向 编号(图 3)和沿航带方向编号二者中选择一种更 为合适的方式来求解最小带宽(目前已有成熟的 计算公式可以使用<sup>[8-9]</sup>)。

A	В	С	D
Ε	F	G	Н
I	J	K	L

图 4 以 A—L 为影像中心的规则航带

Fig.4 Regular strips with A-L as image centers

在不规则分布的航摄成果下,使用理论公式 计算出的带宽值只是预计的带宽最小值,并不一 定能代表实际的数值。因此,需要采用合适的方 式对影像进行重新编号,得到影像逻辑顺序,进而 使其实际带宽接近于预期最小值。在传统摄影测 量中,可以借助摄站位置的平面坐标来完成影像 的排序编号,进而求解最优带宽<sup>[8]</sup>。与航拍中一 个摄站拍摄一张影像不同,在旋转相机摄影中,每 个摄站都拍摄多张影像,即存在一系列影像具有 相同的摄站坐标。摄站重叠分布、航带信息特殊 等特点都使得在旋转相机摄影测量中无法使用上 述传统的对影像排序编号并求解最小带宽的 方法。

本文提出的针对旋转相机摄影数据优化光束 法区域网平差法方程系数矩阵带宽的方法,充分 结合数据的自身特点,利用影像间的相互联系及 影像地面覆盖范围,为每张影像计算出一个近似 的等效摄站位置,然后按等效摄站间的位置关系, 根据其 X、Y 坐标值,分别在水平和垂直两个方向 上对之进行编号并求解带宽,取两个方向中较小 带宽值及其对应的编号形式作为最终结果。

#### 1 影像编号及带宽求解

# 1.1 传统规则航带光束法区域网平差最小带宽 计算

光束法区域网平差是以一张影像所组成的一 束光线作为平差的基本单元,以中心投影共线方 程作为平差的基本方程,以每张影像的6个外方 位元素及待定点的物方坐标作为未知数来进行解 算(自检校光束法区域网平差<sup>[18-19]</sup>中,还引入了 包含若干附加参数的系统误差模型,因此待求解 的未知数更多)。对于航带分布规则的摄影成果, 在消除待定点坐标未知数之后,构成的改化法方 程系数矩阵的最小带宽可按以下方式计算<sup>[8-9]</sup>。 垂直于航带方向编号的带宽计算公式为

$$m = (2 \times N + 2) \times 6 \tag{1}$$

沿着航带方向编号的带宽计算公式为

$$m = (n+3) \times 6 \tag{2}$$

式中,N 为航带数;n 为一条航带中的影像数;m 为带宽。

上述公式默认航带为航向 3°重叠,旁向 2°重 叠,借之可推导得出以下一般公式。

$$m = 6 \left[ N(P-1) + Q \right] \tag{3}$$

沿着航带方向编号的带宽计算一般公式为

$$m = 6[n(Q-1) + P] \tag{4}$$

式中,P 为航向重叠数;Q 为旁向重叠数(80%重 叠度对应重叠数为 5)。

上述公式适用于规则分布的航摄成果,可以 得到带宽的理论最小值。本文提出的旋转多基线 摄影光束法平差法方程矩阵带宽优化方法,其解 算过程包括等效摄站计算、影像编号以及带宽计 算等步骤。

#### 1.2 等效摄站坐标计算

如图 5 所示,在摄站 S 处相机旋转到不同的 角度拍摄得到 3 张影像  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$ ,它们对应的实 际地面范围分别为  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$  区域(3 个区域有 一定重叠)。图中A、B、C 3 点分别与 $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$ 区域的中心在 XOY 平面上具有相同的位置。这 里,将A、B、C 称为对应影像的等效摄站,文中使 用两种方法来求解其平面坐标 X、Y。





方法 1:物方范围中心作为等效摄站平面位 置。对于影像 *I*<sub>1</sub>,其等效摄站 *A* 与区域 *O*<sub>1</sub> 的中 心在 *XOY* 平面上重合,因此 *A* 的平面坐标可近 似为 *O*<sub>1</sub> 范围内所有物方点平面坐标的平均值, 计算公式为

$$X_{A} = \frac{1}{N_{p}} \sum_{i=1}^{N_{p}} X_{p_{i}}$$

$$Y_{A} = \frac{1}{N_{p}} \sum_{i=1}^{N_{p}} Y_{p_{i}}$$
(5)

式中, $N_p$ 为 $O_1$ 区域内物方点个数; $X_{p_i}$ 、 $Y_{p_i}$ 为各物方点的平面坐标; $X_A$ 、 $Y_A$ 为等效摄站A的物方平面坐标。

方法 2:根据几何关系确定等效摄站平面位 置。由图 5 可知,对于影像  $I_1$ ,相机位置 S、影像 覆盖地面范围中心  $O_1$  及其等效摄站 A 构成直角 三角形  $O_1AS$ ,线段 AS 为点 A 相对于点 S 在 X方向上的偏量,借助这一偏量和 S 的坐标值  $X_s$ , 即可求出  $X_A$  值。三角形  $O_1AS$  中, $p_j$  角大小为 相机绕垂轴 Y 旋转的角度,近似于影像外方位角 元素  $\varphi$ ,在已知摄距  $O_1S$  的情况下,可以计算出 偏移量 AS 的值。同样,相机绕水平轴 X 旋转的 角度近似为外方位角元素  $\omega$ ,借之可以求出 Y 方 向的偏量,从而得到等效摄站坐标  $Y_A$ 。上述过程 计算公式为

$$X_{A} = X_{S} + \text{Dis} \times \sin \phi_{I_{1}}$$

$$Y_{A} = Y_{S} + \text{Dis} \times \sin \omega_{I_{1}}$$

$$(6)$$

式中,Dis 为当前摄站对于目标区域  $O_1$  的摄距, 即相机位置 S 到  $O_1$  内所有物方点重心的距离;  $X_s, Y_s, X_A, Y_A$  分别为摄站 S 和等效摄站 A 的平 面坐标; $\varphi_{I_1}, \omega_{I_1}$ 为影像  $I_1$  的两个外方位角元素。

上述两种方法确定等效摄站位置都依赖于交 会求出的每张影像覆盖范围内的物方点坐标,数 据中难免会存在未能成功匹配出同名点的影像 (后文称之为匹配无效的影像),它们将无法被正 常纳入等效摄站系统。考虑匹配无效的影像与其 他数据邻接情况较差,可以人为将其等效摄站平 面坐标设为较大值(不在整个测区物方坐标范围 之内),等效视其覆盖范围处于较为偏远的位置,这 也与匹配结果情况相符。试验时也对匹配无效的 影像的等效摄站坐标进行了调整(较大值、较小值 或测区范围内的随机值),以验证其位置对编号及 带宽的具体影响,从而指导获得最佳的编号方式, 进而使平差过程中的矩阵运算带宽达到最优。

### 1.3 影像排序编号

以将匹配无效的影像等效摄站坐标设为较大 值为例,求出各影像等效摄站平面坐标后,分别在 X和Y两个方向上对之进行编号,得到影像的逻 辑序号。如顺着Y方向编号,首先建立一组平行 于Y轴的直线,平行线间隔为XOY平面内等效 摄站间的最短距离。除匹配无效的影像外,平行 线在 *X* 方向的覆盖范围需将其他所有影像的等 效摄站的 *X* 坐标全部包含在内。如此,摄站点就 分布于平行线组成的区间之中。

如图 6 所示,按区间顺序从左到右,所有落在 同一区间的摄站点自下而上进行编号。将区间内 所有影像编号完毕后,再继续对匹配无效的影像 进行编号。由于匹配无效的影像排在最后,不会 影响其他影像的编号顺序,而且它们内部之间并 无邻接,相互独立,所以这一过程中不必考虑匹配 无效的影像之间的先后顺序关系。

编号方向→			<i>n</i> 1				
							编号
m1 + 1				2			病ウ方向
1	2		<i>m</i> 1	1	<i>n</i> 1+1		
	X方向	编号		Y方向编号			

图 6 不同方向影像排序示意图

Fig.6 Illustration of image sorting by different directions

#### 1.4 求解带宽

空中三角测量平差解算改化法方程系数矩阵 中,对角线外的某单元处是否有非零元素,确定于 其相应两个摄站间是否有共同的连接点。光束法 区域网平差中,改化法方程以影像的6个外方位 元素作为未知数,若某个加密点落在带有逻辑序 号 *i* 和 *j* 的摄站点对应的影像中,就要在法方程 式第 *i* 行第 *j* 列中加入一个6×6子矩阵。求出 所有的连接点各自所在摄站的最大最小序号之 差,将最大的差值加1就是该编号形式下的最大 带宽子块数,带宽计算公式如下

 $M = (\max(\text{diffs})+1) \times 6$  (7) 式中,M为带宽值; max(diffs)表示连接点所在影 像的最大最小序号之差的最大值。

## 2 试验与分析

#### 2.1 数据说明

为了验证本文算法的有效性,使用3组三峡 船闸边坡影像数据(图7)进行试验。由于船闸立 于长江之上,地理位置特殊,这给野外监测架站带 来困难,旋转相机摄影可减少实地摄站数的优势 在这里也得到体现。试验所用3组旋转相机摄影 数据基本情况见表1,每组数据都分3个摄站完 成拍摄,摄站与被摄目标的位置关系如图8所 示,其中摄站1、2、3为架站位置,-Z为拍摄方 向,X、Y为相机水平、垂直旋转扫描方向。



图 7 拍摄目标:三峡船闸边坡

Fig. 7 Photogrammetric object: Three Gorges ship lock slope

表1 试验数据基本信息

Tab.1 Basic information of experiment data

组别	场景宽 /m	场景高 /m	摄站数	摄影距离 /m	影像数
1	150	60	3	270	1325
2	150	60	3	270	602
3	80	40	3	130	407





Fig.8 Illustration of relationship among exposure stations and photogrammetric object

#### 2.2 试验结果及分析

图 9 所示为使用方法 1 求出的等效摄站分布 情况(方法 2 结果与之相近),其中摄站 1、2、3 对 应的 3 块点云分别为原始 3 个摄站所拍摄影像的 等效摄站位置。由于等效摄站的坐标 Z 值等于 影像原始摄站的 Z 坐标,因此所有的等效摄站形 成 3 个相互平行且与 Z 轴垂直的区域,每一个区 域表示了原始同一个摄站处所有影像实际地面范 围中心的分布。3 个区域分布相近,这与旋转相 机摄影中,每一个摄站上拍摄的对应顺序的影像 对准目标同一区域的情况相符。将所有等效摄站 投影到同一个垂直于 Z 轴的平面上,就形成了待 编号的影像资料。



图 9 等效摄站分布 Fig.9 Distribution of equivalent exposure stations

由图 2 可以看出,同一摄站上相机在水平方 向的旋转具有一定重复性,即若将水平旋转角作 为 X 轴,垂直旋转角作为 Y 轴,对于同一摄站的 影像,相机旋转角度分布近似为一组朝 X 方向延 伸,且相互平行的直线(由于旋转角度分布并非严 格意义的平行直线,为避免混淆,后文称之为扫描 线)。有别于航空摄影,旋转相机摄影中并没有 "航带"的定义,然而,考虑与航摄中非规则航带影 像的排序编号相联系,为便于说明,这里将上述每 一条扫描线所代表的一组影像视作一条"航带", 3 个摄站的"航带"数之和被认为是本组影像数据 的"航带"数估计值。由此估计值,应用航摄中规 则航带求解最小带宽的公式进行带宽计算,取二 者结果中的较小值作为本文方法结果的理论 参考。

在旋转相机摄影中,不同摄站中对应顺序的 影像拍摄目标的同一区域,它们之间具有很大的 重叠。试验所用数据,各"航带"航向以及旁向重 叠度均达到 80%以上,因此具有 5°甚至 7°重叠。

为了便于比较分析,试验时以 5°重叠和 7°重 叠计算理论带宽,并与所提出的两种方法的带宽 优化结果进行对比。同时,为表达本文方法在保 障处理精度的情况下对矩阵带宽进行缩减,进而 减少运算占用内存方面具有的优化效果,进一步 按照文献[8]介绍的区域网平差法方程运算占用 内存估算方法(字节数=影像数×带宽×6×8)计 算各组试验优化前后所需内存,并且使用同一套 软件对优化前后的数据进行平差,做更为直观的 比较分析。另外,试验使用的数据中并不包括匹 配无效的影像,操作中人为额外添加几张影像(与 其他所有影像无匹配点)来进行模拟试验,借之探 究匹配无效的影像对编号及带宽的影响。上述试 验结果如表 2一表 5 所示。

表 2 带宽优化试验结果 Tab.2 Bandwidth comparison before and after optimization

组别	航带数		带宽 带3		参考值	方法 1	方法 2
(影像数	) <sup>加1</sup> 像	<sup>Ŧ</sup> 髟 【数	初始值	5°重叠	7°重叠	带宽	带宽
1(1325)	36	37	5718	894	1338	1656	1632
2(602)	25	25	2952	630	942	1236	1254
3(407)	23	18	1824	462	690	750	702

表 2 中,带宽初始值为按影像原始拍摄顺序 进行编号,使用式(7)求出的带宽;参考值作为理 论估值,是使用式(3)、式(4)求出的最小带宽,但 是受实际数据获取方式、目标起伏情况等现实因 素的影响,理论估值不是实际最小带宽;本文提出 的方法最终结果与 7°重叠情况下的理论带宽比 较接近,相对初始值有了很大改进。此外,3 组试 验中分别使用文中的两种方法求出的带宽值差别 很小,证明了借助等效摄站对影像重新编号从而 优化带宽这一方法的可行性。

表 3 带宽优化占用内存比较 Tab.3 RAM comparison before and after optimization

组别	影像数	初始值 /MB	方法 1 /MB	差值 /MB	优化率 /(%)
1	1325	346.8	100.4	246.4	71.0
2	602	81.3	34.1	46.8	57.6
3	407	34.0	14.0	20.0	58.8

表 4 带宽优化前后平差结果比较

Гаb.4	Adjustment	result	comparison	before	and	after	optimization
-------	------------	--------	------------	--------	-----	-------	--------------

⁄归 뫼	原	原始平差结果/m			方法1平差结果/m			方法 2 平差结果/m		
组加	$RMS_x$	$RMS_y$	$RMS_z$	RMS <sub>x</sub>	$RMS_y$	$RMS_z$	RMS <sub>x</sub>	$RMS_y$	$RMS_z$	
1	0.003 9	0.003 2	0.0027	0.003 9	0.003 3	0.002 8	0.004 0	0.003 2	0.0027	
2	0.003 3	0.003 3	0.003 9	0.003 4	0.003 5	0.003 9	0.003 2	0.003 3	0.003 9	
3	0.003 0	0.0010	0.003 0	0.003 1	0.0010	0.003 1	0.003 1	0.000 1	0.003 1	

表 5 匹配无效影像对带宽的影响 Tab.5 Influence on bandwidth of matching-invalid image

组 别	组 影像 别 数	初始优 化带宽	匹配 无效	匹配无效影像处于不同等 效摄站位置下的优化带宽			
		(方法 1)	影像数	较小值	较大值	随机值	
1	1325	1656	5	1656	1656	1674	
2	407	750	5	750	750	774	
3	407	750	10	750	750	774	

表 3 中,3 组试验内存优化率都大于 50%。第 1 组 1325 张影像,数据量最大,其平差矩阵运算占 用内存优化率最高,超过 70%。以上结果表明,在 近景旋转多基线摄影测量中,使用本文方法进行带 宽优化,进而减少运算内存开销,这是切实有效的。

表4中,3组试验数据各自带宽优化前后,使 用同一套软件平差处理的结果基本保持不变,这 直接说明了在近景旋转多基线摄影测量光束法区 域网平差中,使用本文方法进行法方程矩阵带宽 优化,进而提升平差运算效率,对最终平差结果的 精度不会产生负面影响。

表 5 是辅助性验证的结果,基于匹配结果所 反映的影像间的邻接关系,将匹配无效的影像的 等效摄站坐标值设为较大值或较小值时,其他影 像间的相对顺序关系并不会发生改变,最终带宽 优化结果也不会受到任何影响;当匹配无效的影 像的编号介于其他影像之间时,最终带宽优化结 果将受到不同程度的影响。因此,在影像排序操 作中,可让匹配无效的影像独立于其他影像之外, 排在最前或是最后,在不影响平差结果精度的同 时,也能使带宽优化效果达到最佳,进而最大程度 地提升平差处理效率。

## 3 结 论

本文在传统的对不规则航摄成果进行影像编 号求解平差法方程矩阵带宽的理论基础上,提出 了一种借助等效摄站对近景旋转多基线摄影影像 进行排序编号,进而优化光束法区域网平差法方 程矩阵带宽的方法。该方法考虑了旋转多基线摄 影获取数据时摄站内部和摄站之间的邻接联系, 充分利用了目标空间位置信息这一物方稳定量, 带宽优化效果明显,能在不影响平差解算结果精 度的情况下,一定程度上节省平差矩阵运算过程 对计算机内存的消耗。同时,使用不同的等效摄 站求解方法最终都能得到较为稳定的结果,这说 明该思路用于解决近景旋转多基线摄影测量中平 差法方程矩阵带宽优化问题是可行有效的。

此外,由于旋转多基线摄影系统提供了每张 影像的姿态角近似值,是否能够使用相机角度关 系进行影像重新编号,进而对带宽进行优化,这是 后期研究的主要目标。

## 参考文献:

[1] 张祖勋,吴百川. 一种数字近景摄影测量方法: CN101226057
 [P]. 2010-10-27.
 ZHANG Zuxun, WU Baichuan, A Method of Digital Close

Range Photogrammetry: CN101226057[P]. 2010-10-27.

 [2] 张军,刘安伟.旋转多基线摄影测量浅析[J].矿山测量, 2013(2):53-56.
 ZHNAG Jun, LIU Anwei. Analysis of Multi-baseline

Rotational Photogrammetry [J]. Mine Surveying, 2013 (2): 53-56).

[3] 张剑清,胡安文.多基线摄影测量前方交会方法及精度分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2007,32(10): 847-851.

> ZHANG Jianqing, HU Anwen. Method and Precision Analysis of Multi-baseline Photogrammetry[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32 (10): 847-851.

[4] 郑顺义,张祖勋,濯瑞芳.基于非量测相机的复杂物体三
 维重建[J].武汉大学学报(信息科学版),2008,33(5):
 446-449.
 ZHENG Shunyi, ZHANG Zuxun, ZHAI Ruifang, 3D

Reconstruction of Complex Objects Based on Non-metric Image[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(5): 446-449.

- [5] 徐斌,李英成,刘晓龙,等.附加约束条件的光束法区域 网平差在四拼数码航空相机平台检校中的应用[J]. 测绘 学报,2014,43(1):66-73,82.
  XU Bin,LI Yingcheng,LIU Xiaolong,et al.The Application of Bundle Block Adjustment with Constraint Conditions in Platform of Four-head Aerial Digital Camera[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2014, 43(1):66-73,82.
- [6] 柯涛,张祖勋,张剑清.旋转多基线数字近景摄影测量
   [J].武汉大学学报(信息科学版),2009,34(1):44-47,51.

KE Tao, ZHANG Zuxun, ZHANG Jianqing. Panning and Multi-baseline Digital Close-range Photogrammetry [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2009, 34(1): 44-47, 51.

[7] 张祖勋,杨生春,张剑清,等.多基线-数字近景摄影测量
 [J].地理空间信息,2007,5(1):1-4.
 ZHANG Zuxun,YANG Shengchun, ZHANG Jianqing,

et al. Multi-baseline Digital Close-range Photogrammetry [J]. Geospatial Information, 2007, 5(1); 1-4.

- [8] 赵文峰,王斌,关泽群.多基线近景摄影测量在边坡位移 监测中的应用研究[J].工程勘察,2014,42(5):68-71.
   ZHAO Wenfeng, WANG Bin, GUAN Zequn. Multi-baseline Digital Close Range Photogrammetry in the Slope Displacement Monitoring[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2014, 42(5):68-71.
- [9] 王之卓. 摄影测量原理[J]. 测绘通报, 1979(4): 48.
   WANG Zhizhuo. The Principle of Photogrammetry[J].
   Bulletin of Surveying and Mapping, 1979(4): 48.
- [10] 李德仁,郑肇葆. 解析摄影测量学[M]. 北京: 测绘出版 社,1992.
   LL Deven ZUENC Theshes Assisted Photosurvey to 100 (2010)

LI Deren, ZHENG Zhaobao. Analytical Photogrammetry [M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 1992.

- [11] 李波. 矩阵带宽的最小化[J]. 科技资讯, 2007(17): 152-153.
  LI Bo. Bandwidth Minimization of Matrix[J]. Science & Technology Information, 2007(17): 152-153.
- [12] 林诒勋. 稀疏矩阵计算中的带宽最小化问题[J]. 运筹学学报, 1983, 2(1): 20-27.
   LIN Yixun. Bandwidth Minimization Problem in Sparse Matrix Computations[J]. Chinese Journal of Operations Research, 1983, 2(1): 20-27.
- [13] CUTHILL E, MCKEE J. Reducing the Bandwidth of Sparse Symmetric Matrices[C]// Proceedings of the 1969 24th National Conference. New York, NY: ACM, 1969: 157-172.
- [14] GIBBS N E, POOLE JR W G, STOCKMEYER P K. An Algorithm for Reducing the Bandwidth and Profile of a Sparse Matrix[J]. SIAM Journal on Numerical Analysis, 1976, 13(2): 236-250.
- [15] 郑志镇,李尚健,李志刚.稀疏矩阵带宽减小的一种算法
  [J].华中理工大学学报,1998,26(12):43-45.
  ZHENG Zhizhen, LI Shangjian, LI Zhigang. A New Algorithm for Reducing Bandwidth of Sparse Matrix[J].
  Journal of Huazhong University of Science & Technology, 1998, 26(12):43-45.
- [16] AKHRAS G, DHATT G.An Automatic Node Relabelling Scheme for Minimizing a Matrix or Network Bandwidth [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1976, 10(4): 787-797.
- [17] 黄志超,包忠诩,周天瑞.有限元节点编号优化[J].南昌 大学学报(理科版),2004,28(3):281-284.
  HUANG Zhichao, BAO Zhongxu, ZHOU Tianrui.
  Automatic Node Reordering for Finite Element Analysis
  [J]. Journal of Nanchang University(Natural Science), 2004, 28(3):281-284.
- [18] 王建梅,朱紫阳.利用已有像控点的多期航空影像光束法 区域网联合平差[J]. 测绘学报, 2010, 39(1): 22-27.
   WANG Jianmei, ZHU Ziyang. Combined Bundle Block Adjustment Based on Existing Ground Control Points and Multi-period Aerial Imagery [J]. Acta Geodaetica et

Cartographica Sinica, 2010, 39(1): 22-27. ()

[19] 李德仁.论自检校区域网平差中的信噪比[J].测绘学报, 1982,11(3):170-184.

> LI Deren. On the Signal-to-noise Ratio in Self-calibrating Block Adjustment[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1982, 11(3); 170-184.

> > (责任编辑:张艳玲)

### 收稿日期: 2015-06-05 修回日期: 2015-11-03

#### (上接第169页)

WANG Wei, WANG Jiexian. Application of Simultaneous Iterations Reconstruction Technique for 3D Water Vapor Tomography System [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2011, 31(6): 100-103, 120.

\*\*\*\*\*

- [14] WANG Wei, YE Biwen, WANG Jiexian. Application of a Simultaneous Iterations Reconstruction Technique for a 3-D Water Vapor Tomography System [J]. Geodesy and Geodynamics, 2013, 4(1): 41-45.
- [15] 叶世榕,江鹏,刘炎炎. 地基 GPS 网层析水汽三维分布数 值积分方法[J]. 测绘学报, 2013, 42(5): 654-660.
  YE Shirong, JIANG Peng, LIU Yanyan. A Water Vapor Tomographic Numerical Quadrature Approach with Ground-based GPS Network [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2013, 42(5): 654-660.
- [16] 夏朋飞,蔡昌盛,戴吾蛟,等. 地基 GPS 联合 COSMIC 掩 星数据的水汽三维层析研究[J]. 武汉大学学报(信息科学 版), 2013, 38(8): 892-896.

XIA Pengfei, CAI Changsheng, DAI Wujiao, et al. Threedimensional Water Vapor Tomography Using Groundbased GPS and COSMIC Occultation Observations [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(8): 892-896.

- [17] 于胜杰,柳林涛.利用选权拟合法进行 GPS 水汽层析解算
  [J].武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(2): 183-186.
  YU Shengjie, LIU Lintao. Application of Fitting Method by Selection of the Parameter Weights on GPS Water Vapor Tomography[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2012, 37(2): 183-186.
- [18] 王维,宋淑丽,王解先,等. 长三角地区 GPS 斜路径观测 值分布分析[J]. 大地测量与地球动力学,2013,33(2): 151-154,159.
   WANG Wei,SONG Shuli,WANG Jiexian, et al. Distribution of

**第一作者简介**:王祥(1990—),男,博士生,研究方向为数 字摄影测量及遥感应用。

First author: WANG Xiang (1990—), male, PhD candidate, majors in digital photogrammetry and remote sensing applications.

E-mail: mld@whu.edu.cn

#### 通信作者: 张永军

Corresponding author: ZHANG Yongjun

E-mail: zhangyj@whu.edu.cn

GPS Slant Delay for Water Vapor Tomography in Yangtze River Delta[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 33(2): 151-154, 159.

\*\*\*\*\*

[19] 何丽娜. 多系统 GNSS 卫星精密轨道确定的研究[D]. 上海:同济大学, 2013.

HE Lina. The Research of Multi-GNSS Satellite Precise Orbit Determination[D]. Shanghai: Tongji University, 2013.

- [20] 陈钦明,宋淑丽,朱文耀,等.利用GPS ZTD 检验 ECM-WF-NCEP 分析和预报资料在中国地区的适用性[C]//第一届中国卫星导航学术年会论文集.北京:[s.n.],2010.
  CHEN Qinming, SONG Shuli, ZHU Wenyao, et al. Assessment of ECMWF-NCEP Analysis and Forecast Data with GPS ZTD in China[C]// Proceedings of the 1st symposium of CNSC. Beijing: [s.n.], 2010.
- [21] BENDER M, DICK G, WICKERT J. Estimates of the Information Provided by GPS Slant Data Observed in Germany Regarding Tomographic Applications[J]. Journal of Geophysical Research, 2009, 114(D6): D06303.
- [22] BENDER M, STOSIUS R, ZUS F, et al. GNSS Water Vapour Tomography-expected Improvements by Combining GPS, GLONASS and Galileo Observations[J]. Advances in Space Research, 2011, 47(5): 886-897.

(责任编辑:丛树平)

收稿日期: 2014-12-08

修回日期: 2015-06-15

**第一作者简介**:王维(1982—),女,博士,助理研究员,研 究方向为 GPS 数据处理与应用技术。

First author: WANG Wei (1982—), female, PhD, assistant research fellow, majors in GPS data processing and application.

E-mail: wangwei\_nj@126.com